小学校算数（第８回）

学籍番号　　　　　　　　　　氏名

問題. ブール代数系において, 以下の等式を証明せよ.

1. $x \cdot (y + z \cdot x) = x \cdot y + z \cdot x,$

2. $(x + y \cdot z)' = x' \cdot (y' + z'),$

問題. 次の 10 進数表示された自然数を 2 進数表示に変換せよ.

1. 2012

2. 240130

問題. 次の 2 進数表示された自然数を 10 進数表示に変換せよ.

1. $11101_{(2)}$

2. $101100111000_{(2)}$

小学校算数（第７回）

学籍番号　　　　　　　　　　氏名

問題. 以下の関数 $f : X \longrightarrow Y$ および集合 $B \subseteq Y$ の設定において, f の逆像 $f^{-1}(B)$ を求めよ.

1. $f : X \longrightarrow Y$, $X = Y = \mathbb{R}$,
$y = f(x) = -3x + 2$, $B = (-1, 2]$

2. $f : X \longrightarrow Y$, $X = Y = \mathbb{R}$,
$y = f(x) = |x|$, $B = [1, 2]$

3. $f : X \longrightarrow Y$, $X = Y = \mathbb{R}$,

$y = f(x) = -x^2 + 1$, $B = [0, 2)$

4. $f : X \longrightarrow Y$, $X = Y = \mathbb{R}$,

$$y = f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x \ (x \geqq 0), \\ -x^2 - 2x \ (x < 0), \end{cases} \quad B = \{1\}$$

問題. 関数 $f : X \longrightarrow Y$ および集合 $D, E \subseteq Y$ に対して, 以下を証明せよ.

1. $D \subseteq E$ ならば $f^{-1}(D) \subseteq f^{-1}(E)$

2. $f^{-1}(D^{\mathrm{C}}) = f^{-1}(D)^{\mathrm{C}}$

3. $f^{-1}(D \cap (D \cup E)) = f^{-1}(D)$

4. $f^{-1}((D \cap E)^{\mathrm{C}}) = f^{-1}(D^{\mathrm{C}}) \cup f^{-1}(E^{\mathrm{C}})$

小学校算数（第6回）

学籍番号　　　　　　　　　　氏名

問題. 以下の関数 f について, 逆関数が存在するかどうかについて調べ, 解答せよ.

1. $f : X \longrightarrow Y$, $X = Y = [1, 2]$,
$y = f(x) = |x|$

2. $f : X \longrightarrow Y$, $X = [-2, 2]$, $Y = [-1, 1]$,

$$y = f(x) = \begin{cases} x - 2, & (x \geqq 1), \\ -x, & (-1 \leqq x < 1). \\ x + 2, & (x < -1). \end{cases}$$

問題. 以下の関数 f について, 逆関数が存在するかどうかについて調べ, 解答せよ.

3. $f : X \longrightarrow Y$, $X = [0, 1]$, $Y = \mathbb{R}$,
$y = f(x) = |x^2 - 1|$

4. $f : X \longrightarrow Y$, $X = [0, 2]$, $Y = [-1, 1]$,

$$y = f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x - 3, & (x \geqq 1), \\ x^2 - 1, & (-1 \leqq x < 1). \\ -x^2 - 4x - 3, & (x < -1). \end{cases}$$

小学校算数（第５回）

学籍番号　　　　　　　　　　氏名

問題. 以下の関数 f について,「f が単射であるか」「f が全射であるか」について調べ, 解答せよ.

1. $f : X \longrightarrow Y$, $X = Y = \mathbb{R}$,
$y = f(x) = -x + 1$

2. $f : X \longrightarrow Y$, $X = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x > 0\}$, $Y = \mathbb{R}$,
$y = f(x) = \dfrac{1}{x}$

問題. 以下の関数 f について,「f が単射であるか」「f が全射であるか」について調べ, 解答せよ.

3. $f : X \longrightarrow Y$, $X = Y = \mathbb{R}$,

$$y = f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x, & (x \geqq 0), \\ x^2 + 2x, & (x < 0). \end{cases}$$

4. $f : X \longrightarrow Y$, $X = Y = \mathbb{R}$,

$y = f(x) = x^2 - 2x - 3$

小学校算数（第 4 回）

学籍番号 氏名

問題. A, B, C を集合とするとき, 以下を証明せよ.

自作. $A \subseteq A \cup B$

4. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

5. $A \cap (A \cup B) = A$

7. $(A \cap B)^{\mathrm{C}} = A^{\mathrm{C}} \cup B^{\mathrm{C}}$

問題. A, B, C を集合とするとき, 以下を証明せよ.

自作. $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$

挑戦問題. $(A \cap B) \setminus (A \cap C) = A \cap (B \setminus C)$

小学校算数（第3回）

学籍番号　　　　　　氏名

問題. 以下の論理式の真偽を判定せよ.

1. $\forall x((x^2 - 3x + 2 > 0) \to (x < 1))$

2. $\exists y((y^2 + 5y - 6 < 0) \to (y < 1))$

問題. 以下の文章を論理式で表せ.

1. $x^2 - x = 4$ となる正の数 x が存在する.

2. $x^2 + 1 = 0$ となる数 x は存在しない.

3. 任意の正の数 ε に対し, 正の数 δ が存在し, $|x - a| < \delta$ ならば $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$ を満たす.

小学校算数（第 2 回）

学籍番号　　　　　　　　　　氏名

問題. 以下の論理式 A の双対 A^* を求め, $A^{**} = A$ となる事を確認せよ.

1. $A = p \wedge (q \vee r)$

2. $A = p \to q$

3. $A = p \vee \neg q \wedge (r \vee s \vee t)$

4. $A = p \wedge (p \to q) \to q$

問題. 以下の命題を論理式の変形による方法で証明せよ.

1. $\models A \to B$ ならば $\models B^* \to A^*$

2. $\models A \equiv B$ ならば $\models A^* \equiv B^*$

小学校算数（第１回）

学籍番号　　　　　　　　　　　　氏名

問題. A, B を論理式とするとき, 以下はすべてトートロジーである事を証明せよ.

7. $A \vee (A \wedge B) \equiv A$

9. $\neg\neg A \equiv A$

8. $\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$

10. $A \wedge (A \to B) \to B$

問題. A, B, C を論理式とするとき, 以下はすべてトートロジーである事を証明せよ.

5. $A \wedge (B \wedge C) \equiv (A \wedge B) \wedge C$

6. $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$