

問題. ブール代数系において, 以下の等式を証明せよ.

1.  $x \cdot (y + z \cdot x) = x \cdot y + z \cdot x,$

2.  $(x + y \cdot z)' = x' \cdot (y' + z'),$

問題. 次の10進数表示された自然数を2進数表示に変換せよ.

1. 2012

2. 240130

問題. 次の2進数表示された自然数を10進数表示に変換せよ.

1.  $11101_{(2)}$

2.  $101100111000_{(2)}$

問題. 以下の関数  $f$  について, 逆関数が存在するかどうかについて調べ, 解答せよ.

1.  $f: X \rightarrow Y, X = Y = [1, 2],$   
 $y = f(x) = |x|$

2.  $f: X \rightarrow Y, X = [-2, 2], Y = [-1, 1],$   
 $y = f(x) = \begin{cases} x - 2, & (x \geq 1), \\ -x, & (-1 \leq x < 1). \\ x + 2, & (x < -1). \end{cases}$

問題. 以下の関数  $f$  について, 逆関数が存在するかどうかについて調べ, 解答せよ.

3.  $f : X \rightarrow Y, X = [0, 1], Y = \mathbb{R},$   
 $y = f(x) = |x^2 - 1|$

4.  $f : X \rightarrow Y, X = [0, 2], Y = [-1, 1],$   
 $y = f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x - 3, & (x \geq 1), \\ x^2 - 1, & (-1 \leq x < 1). \end{cases}$   
 $-x^2 - 4x - 3, \quad (x < -1).$

問題. 以下の関数  $f$  について, 「 $f$  が単射であるか」「 $f$  が全射であるか」について調べ, 解答せよ.

1.  $f: X \rightarrow Y, X = Y = \mathbb{R},$   
 $y = f(x) = -x + 1$

2.  $f: X \rightarrow Y, X = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}, Y = \mathbb{R},$   
 $y = f(x) = \frac{1}{x}$

問題. 以下の関数  $f$  について, 「 $f$  が単射であるか」「 $f$  が全射であるか」について調べ, 解答せよ.

3.  $f : X \rightarrow Y, X = Y = \mathbb{R},$   
$$y = f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x, & (x \geq 0), \\ x^2 + 2x, & (x < 0). \end{cases}$$

4.  $f : X \rightarrow Y, X = Y = \mathbb{R},$   
$$y = f(x) = x^2 - 2x - 3$$

問題.  $A, B, C$  を集合とするとき, 以下を証明せよ.

自作.  $A \subseteq A \cup B$

4.  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

5.  $A \cap (A \cup B) = A$

7.  $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

問題.  $A, B, C$  を集合とするとき, 以下を証明せよ.

自作.  $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$

挑戦問題.  $(A \cap B) \setminus (A \cap C) = A \cap (B \setminus C)$



問題. 以下の論理式の真偽を判定せよ.

1.  $\forall x((x^2 - 3x + 2 > 0) \rightarrow (x < 1))$

2.  $\exists y((y^2 + 5y - 6 < 0) \rightarrow (y < 1))$

問題. 以下の文章を論理式で表せ.

1.  $x^2 - x = 4$  となる正の数  $x$  が存在する.

2.  $x^2 + 1 = 0$  となる数  $x$  は存在しない.

3. 任意の正の数  $\varepsilon$  に対し, 正の数  $\delta$  が存在し,  $|x - a| < \delta$  ならば  $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$  を満たす.

問題. 以下の論理式  $A$  の双対  $A^*$  を求め,  $A^{**} = A$  となる事を確認せよ.

1.  $A = p \wedge (q \vee r)$

2.  $A = p \rightarrow q$

3.  $A = p \vee \neg q \wedge (r \vee s \vee t)$

4.  $A = p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$

問題. 以下の命題を論理式の変形による方法で証明せよ.

1.  $\models A \rightarrow B$  ならば  $\models B^* \rightarrow A^*$

2.  $\models A \equiv B$  ならば  $\models A^* \equiv B^*$

問題.  $A, B$  を論理式とするとき, 以下はすべてトートロジーである事を証明せよ.

7.  $A \vee (A \wedge B) \equiv A$

9.  $\neg\neg A \equiv A$

8.  $\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$

10.  $A \wedge (A \rightarrow B) \rightarrow B$

問題.  $A, B, C$  を論理式とするとき, 以下はすべてトートロジーである事を証明せよ.

5.  $A \wedge (B \wedge C) \equiv (A \wedge B) \wedge C$

6.  $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$