応用数学演習レポート課題

課題 1. 一つのサイコロを投げるとき、以下の標本点を考える。

$$\begin{cases} \omega_0 : \text{出る目の数が 3 で割り切れる} \\ \omega_1 : \text{出る目の数が 3 で割った余りが 1} \\ \omega_2 : \text{出る目の数が 3 で割った余りが 2} \end{cases}$$

このとき、$\Omega = \{\omega_0, \omega_1, \omega_2\}$ を標本空間とする様な確率空間 $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ を求めよ。

課題 2. 確率空間 $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ において、確率の定義および確率の有限加法性と単調性を用いて以下を導け。

1) $E \in \mathcal{F} \implies 0 \leq P(E) \leq 1$

2) $E_1, E_2 \in \mathcal{F} \implies P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$

3) $E \in \mathcal{F} \implies P(E^{\mathrm{C}}) = 1 - P(E)$

課題 3. X を確率空間 $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ における確率変数とし、F を X の分布関数とする。また、数列 $\{x_n\} \subset \mathbb{R}$ と実数 $a \in \mathbb{R}$ に対し、条件「$x_n \downarrow a \text{ as } n \to \infty$」を仮定する。このとき、以下を示せ。

1) $\displaystyle\bigcap_{n=1}^{\infty} \left\{ \ \omega \ \middle| \ X(\omega) \leq x_n \ \right\} = \left\{ \ \omega \ \middle| \ X(\omega) \leq a \ \right\}$

2) $\displaystyle\lim_{n \to \infty} F(x_n) = F(a)$

課題 4. X を確率空間 $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ における確率変数とし、$a, b, c \in \mathbb{R}$ を定数とするとき、確率変数が離散型・連続型の双方の場合において、以下の性質が成り立つことを示せ。

1) $E(c) = c$

2) $E(cX) = cE(X)$

3) $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$

4) $V(aX + b) = a^2 V(X)$

課題 5. X, Y を確率空間 $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ における確率変数とするとき、確率変数が離散型・連続型の双方の場合において、以下の性質が成り立つことを示せ。

1) $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$

2) X, Y が独立 $\implies E(XY) = E(X)E(Y)$

3) X, Y が独立 $\implies V(X + Y) = V(X) + V(Y)$

4) X, Y が独立 $\implies \mathrm{Cov}(X, Y) = 0$

課題 6. ルベーグ積分がどのように構成されるかレポートせよ.

[評価のポイント] 以下をおさえた上で, ルベーグ積分の構成法が要約できていれば可

(1) 可測関数・単関数の定義

(2) 非負値単関数の積分の定義

(3) 非負値可測関数の積分の定義

(4) 一般の可測関数の積分確定性・可積分性の定義

レポートの提出要領.

必須項目:
- レポート表紙に「氏名」「学籍番号」および「選択したレポート課題」を必ず記載すること.
- A4 版のレポート用紙を使用のこと.
- レポートの枚数に制限なし.

提出先: 教育学部 5 号館 5508 室　白川研究室前レポートボックス

提出締切: 令和元年 8 月 7 日 (水) 18 時まで

レポート情報の pdf 版ダウンロード URL.

kenboich.jp