解析学（第５回）

学籍番号　　　　　　　　　　　氏名

問題. 領域 R の境界曲線 C 上の反時計回りの線積分 $\displaystyle\int_C \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})\cdot d\boldsymbol{r}$ をグリーンの定理を用いて計算せよ.

1. $\boldsymbol{F} = [x^2e^y, y^2e^x]$, C : 頂点 $(0,0)$, $(2,0)$, $(2,3)$, $(0,3)$ の長方形領域

2. $\boldsymbol{F} = [3y^2, x-y^4]$, C : 頂点 $(1,1)$, $(-1,1)$, $(-1,-1)$, $(1,-1)$ の長方形領域

(裏面に続く)

問題. 領域 R の境界曲線 C 上の反時計回りの線積分 $\displaystyle\int_C \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) \cdot d\boldsymbol{r}$ をグリーンの定理を用いて計算せよ.

3. $\boldsymbol{F} = [y, -x]$, C : 円 $x^2 + y^2 = \frac{1}{4}$

4. $\boldsymbol{F} = [\sin y, \cos x]$, C : 頂点 $(0, 0)$, $(\pi, 0)$, $(\pi, 1)$ の 3 角形領域

解析学（第4回）

学籍番号　　　　　　　　　　氏名

問題. つぎのデータに対して $\displaystyle\int_C \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) \cdot d\boldsymbol{r}$ を計算せよ.

1. $\boldsymbol{F}(x,y) = (y^2, -x^2)$,
$C:\ \boldsymbol{r}(t) = (t, 4t)\ (0 \leqq t \leqq 1)$

2. $\boldsymbol{F}(x,y) = (2y, x)$,
$C\colon\ \boldsymbol{r}(t) = (\cos t, \sin t)\ (0 \leqq t \leqq 2\pi)$

(裏面に続く)

問題. つぎのデータに対して $\displaystyle\int_C \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})\cdot d\boldsymbol{r}$ を計算せよ.

3. $\boldsymbol{F}(x,y) = (e^x, e^{-y})$,

C: $\boldsymbol{r}(t) = (t, t^2)$ $(0 \leqq t \leqq 1)$

4. $\boldsymbol{F}(x,y) = \left(\dfrac{e^x + e^{-x}}{2}, \dfrac{e^y - e^{-y}}{2}\right)$,

C: $\boldsymbol{r}(t) = (t, t^2)$ $(0 \leqq t \leqq 2)$

解析学（第3回）

学籍番号　　　　　　　　　　氏名

次の重積分を計算せよ.

1. $I = \iint_D \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}^3 \, dxdy$

$D = \left\{ \ (x, y) \ \middle| \ x^2 + y^2 \leqq a^2 \ \right\}$

($a > 0$: 定数)

2. $I = \iint_D \log(x^2 + y^2) \, dxdy$

$D := \left\{ \ (x, y) \ \middle| \ 1 \leqq x^2 + y^2 \leqq e^2 \ \right\}$

(裏面に続く)

次の重積分を計算せよ．

3. $I = \iint_D (2x^2 + 3y^2)\,dxdy$

$D := \{\ (x, y) \mid x^2 + y^2 \leqq 1\ \}$

4. $I = \iint_D (x^2 - y^2)e^{-x-y}\,dxdy$

$$D := \left\{\ (x, y)\ \middle|\ \begin{array}{c} 0 \leqq x + y \leqq 1, \\ 0 \leqq x - y \leqq 1 \end{array}\ \right\}$$

解析学（第２回）

学籍番号　　　　　　　　　　　　氏名

次の広義重積分を計算せよ．

1. $\displaystyle\iint_D \frac{dx\,dy}{(x+y)^{\frac{3}{2}}}$

$$D = \left\{ (x,y) \,\middle|\, \begin{array}{l} 0 \leqq x \leqq 1,\ 0 \leqq y \leqq 1, \\ (x,y) \neq (0,0) \end{array} \right\}$$

2. $\displaystyle\iint_D \frac{dx\,dy}{(1+x+y)^{\alpha}}$ $(\alpha > 2)$

$$D = \left\{ (x,y) \,\middle|\, x \geqq 0,\ y \geqq 0 \right\}$$

(裏面に続く)

次の広義重積分を計算せよ.

3. $\displaystyle\iint_D ye^{-(x+y)}dx\,dy$

$D = \left\{\ (x,y)\ \middle|\ x \geqq 0,\ y \geqq 0\ \right\}$

4. $\displaystyle\iint_D \log(x^2+y^2)\ dx\,dy$

$D := \left\{\ (x,y)\ \middle|\ 0 < x^2+y^2 \leqq 1\ \right\}$

解析学演習（第１回）

学籍番号　　　　　　　　　　　氏名

自作問題.　次の重積分の値を求めよ.

(1) $\displaystyle\iint_D x^2+4xy-3y^2\ dxdy$
$D = \left\{\ (x,y)\ \middle|\ -1 \leqq x \leqq 2,\ 0 \leqq y \leqq 3\ \right\}$

(2) $\displaystyle\iint_D e^{x-y}\ dxdy$
$D := \left\{\ (x,y)\ \middle|\ 0 \leqq x \leqq 1,\ -1 \leqq y \leqq 1\ \right\}$

自作問題.　次の重積分の値を求めよ (括弧内は D を表す).

(1) $\displaystyle\iint_D x^2y\ dxdy$
$D = \left\{\ (x,y)\ \middle|\ 0 \leqq x \leqq 1,\ 0 \leqq y \leqq \sqrt{1-x^2}\ \right\}$

(2) $\displaystyle\iint_D \sin(x+y)\ dxdy$
$D = \left\{\ (x,y)\ \middle|\ x,y \geqq 0,\ x+y \leqq \dfrac{\pi}{2}\ \right\}$

(裏面に続く)

Text p.200, 1. 次の重積分の値を求めよ.

(3) $\displaystyle\iint_D xy\ dxdy$

$D = \left\{\ (x, y)\ \middle|\ x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ x^2 + y^2 \leqq a^2\ \right\}$

(4) $\displaystyle\iint_D \sqrt{x}\ dxdy$

$D = \left\{\ (x, y)\ \middle|\ x^2 + y^2 \leqq x\ \right\}$

(6) $\displaystyle\iint_D \sin\frac{\pi y}{\sqrt{x}}\ dxdy$

$D = \left\{\ (x, y)\ \middle|\ y^2 \leqq x,\ 1 \leqq x \leqq 2\ \right\}$